



Factorisation, développement

Solutions des exercices

Solutions (solutions détaillées en page 2)

1. a) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
 - b) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
 - c) $(2a - 1)(b + 4) = 2ab + 8a - b - 4$.
 - d) $(a - 3)(2a + 7) + 3(a^2 + 2) = 5a^2 - a - 12$.
 - e) $(a + 2b)(2b - c) = 2ab - ac + 4b^2 - 2bc$.
 - f) $(1 + a + c)(2 - a + b) = 2 - a + b + 2a - a^2 + ab + 2c - ac + bc$.
 - g) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$.
 - h) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.
 - i) $(a - b)^4 = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$.
2. a) $9a^2 - 3a = 3a(3a - 1)$.
 - b) $a(a + 4) + a(2 - 3a) = 2a(3 - a)$.
 - c) $(2a - 1)^2 + 1 - 2a + (2a - 1)(6a + 2) = 8a(2a - 1)$.
 - d) $(4a - 2)^2 - (1 - 2b)^2 = (4a + 2b - 3)(4a - 2b - 1)$.
 - e) $9a^2 - 30a + 25 = (3a - 5)^2$.
 - f) $36 - (2a + 1)^2 = (5 - 2a)(7 + 2a)$.

Solutions détaillées

1. a) C'est une identité remarquable !

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

b) Encore une !

$$(a - b)^2$$

c) On développe tranquillement :

$$\begin{aligned}(2a - 1)(b + 4) &= 2a(b + 4) - (b + 4) \\ &= 2ab + 8a - b - 4\end{aligned}$$

d) On fait de même :

$$\begin{aligned}(a - 3)(2a + 7) + 3(a^2 + 2) &= a(2a + 7) - 3(2a + 7) + 3a^2 + 6 \\ &= 2a^2 + 7a - 6a - 21 + 3a^2 + 6 \\ &= 5a^2 - a - 15\end{aligned}$$

e) Encore une fois :

$$\begin{aligned}(a + 2b)(2b - c) &= a(2b - c) + 2b(2b - c) \\ &= 2ab - ac + 4b^2 - 2bc\end{aligned}$$

f) Une autre pour la route :

$$\begin{aligned}(1 + a + c)(2 - a + b) &= (2 - a + b) + a(2 - a + b) + c(2 - a + b) \\ &= 2 - a + b + 2a - a^2 + ab + 2c - ac + bc\end{aligned}$$

g) Une dernière pour le plaisir, avec une identité remarquable :

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= (a + b)^2 + 2(a + b)c + c^2 \\ &= (a^2 + 2ab + b^2) + 2ac + 2bc + c^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc\end{aligned}$$

h) On peut développer avec la formule du binôme de Newton :

$$\begin{aligned}(a + b)^3 &= \binom{3}{0}a^0b^3 + \binom{3}{1}a^1b^2 + \binom{3}{2}a^2b^1 + \binom{3}{3}a^3b^0 \\ &= b^3 + 3ab^2 + 3a^2b + b^3\end{aligned}$$

i) On peut développer avec la formule du binôme de Newton :

$$\begin{aligned}(a - b)^4 &= \binom{4}{0}a^0(-b)^4 + \binom{4}{1}a^1(-b)^3 + \binom{4}{2}a^2(-b)^2 + \binom{4}{3}a^3(-b)^1 + \binom{4}{4}a^4(-b)^0 \\ &= b^4 - 4ab^3 + 6a^2b^2 - a^3b + a^4\end{aligned}$$

2. a) On a :

$$9a^2 - 3a = 3a \times 3a - 3a \times 1 = 3a(3a - 1)$$

b) On a :

$$\begin{aligned}a(a + 4) + a(2 - 3a) &= a[(a + 4) + (2 - 3a)] \\ &= a(6 - 2a) \\ &= 2a(3 - a)\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}(2a - 1)^2 + 1 - 2a + (2a - 1)(6a + 2) &= (2a - 1)^2 + (2a - 1)(-1) + (2a - 1)(6a + 2) \\ &= (2a - 1) [(2a - 1) - 1 + (6a + 2)] \\ &= 8a(2a - 1)\end{aligned}$$

d) On reconnaît une identité remarquable :

$$\begin{aligned}(4a - 2)^2 - (1 - 2b)^2 &= [(4a - 2) - (1 - 2b)] [(4a - 2) + (1 - 2b)] \\ &= (4a + 2b - 3)(4a - 2b - 1)\end{aligned}$$

e) Encore une identité remarquable :

$$\begin{aligned}9a^2 - 30a + 25 &= (3a)^2 - 2 \times 3a \times 5 + 5^2 \\ &= (3a - 5)^2\end{aligned}$$

f) Une dernière pour la route :

$$\begin{aligned}36 - (2a + 1)^2 &= 6^2 - (2a + 1)^2 \\ &= [6 - (2a + 1)] [6 + (2a + 1)] \\ &= (5 - 2a)(7 + 2a)\end{aligned}$$